<table>
<tr><th colspan="3">Abstandsberechnungen</th></tr>
<tr><td></td><td>IR^2</td><td>IR^3</td></tr>
<tr><td>Punkt zu Punkt</td><td>1)Punkte abziehen
$A(a_1\mid a_2)$ $B(b_1\mid b_2)$
A-B
$\sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2}$

A(2|1) B(3|2)
A-B
$\sqrt{(3-2)^2+(2-1)^2}$</td><td>1)Punkte abziehen
$A(a_1\mid a_2\mid a_3)$ $B(b_1\mid b_2\mid b_3)$
A-B
$\sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2+(b_3-a_3)^2}$

A(1|2|4) B(3|3|2)
A-B=
$\sqrt{(3-1)^2+(3-2)^2+(2-4)^2}$</td></tr>
<tr><td>Punkt zu Gerade</td><td>$g{:}\vec{x}=\binom{0}{1}+t\binom{2}{2}$ P(5|2)

Lotgerade: $g{:}\vec{x}=\binom{5}{2}+r\binom{2}{-2}$ $\binom{2}{2}*\binom{2}{-2}=0$

$\binom{0}{1}+t\binom{2}{2}=\binom{5}{2}+r\binom{2}{-2}$
GTR: t=1,5 ; r=-1
t eingesetzt in Gleichung ergibt Lotpunkt L (3|4)

Abstand d:
$d=\left|\overrightarrow{LP}\right|=\left|\vec{P}-\vec{L}\right|$
$=\binom{2}{-2}=\sqrt{(2)^2+(-2)^2}\approx 2{,}8$</td><td>1)Gerade in Parameterform schreiben
$g{:}\vec{x}=\vec{a}+\lambda\vec{b}$ P(P1|P2|P3)
2)Punktprobe für P
$d=\frac{|(p-a)\times b|}{|b|}$
A(2|3|1) B(3|7|1)

$g{:}\vec{x}=\begin{pmatrix}2\\3\\1\end{pmatrix}+\lambda$ P(8|2|1)

$d=\frac{\left|\left(\begin{pmatrix}8\\2\\1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2\\3\\1\end{pmatrix}\right)\times\begin{pmatrix}3\\7\\1\end{pmatrix}\right|}{\left|\begin{pmatrix}3\\7\\1\end{pmatrix}\right|}$</td></tr>
<tr><td>Gerade zu Gerade</td><td>Abstand paralleler Geraden:

Voraussetzung: Geraden sind parallel!!

Kreuzprodukt aus Richtungsvektor und dem Vektor der beiden Ortsvektoren ➔ Differenz bilden
$|\vec{a}\times(\vec{r_2}-\vec{r_1})|=|f|$

Beträge ausrechnen und teilen
$\frac{|f|}{|\vec{a}|}=d$</td><td>Abstand windschiefer Geraden:
$g{:}\overline{x}=\begin{pmatrix}2\\3\\0\end{pmatrix}+r*\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}$ und $h{:}\overline{x}=\begin{pmatrix}1\\6\\4\end{pmatrix}+r*\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$

Lotfußpunktverfahren anwenden

1) Normalenvektor der Richtungsvektoren
$\overline{n}*\overline{m_g}=0 => x*1+y*2+z*(-2)=0$
$\overline{n}*\overline{m_h}=0 => x*(-1)+y*2+z*0=0$</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>
Daraus folgt: n = $\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix}$

2) Hilfsebene E aufstellen

$E:\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\6\\4\end{pmatrix}+s*\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}+t*\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix}$

bzw.

$E: \left[\vec{x}-\begin{pmatrix}1\\6\\4\end{pmatrix}\right]*\begin{pmatrix}4\\2\\-5\end{pmatrix}=0$

3) Schnittpunkt von g und E

$E: \left[\begin{pmatrix}2\\3\\0\end{pmatrix}+r*\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1\\6\\4\end{pmatrix}\right]*\begin{pmatrix}4\\2\\-5\end{pmatrix}=0$

$daraus\ folgt: \qquad F_g\langle 1|1|2\rangle$

4) Lotgerade k

$k:\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}+t*\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix}$

5) Schnittpunkt von k und h

$\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}+t*\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\6\\4\end{pmatrix}+r*\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$

➔ t=1, r=-2, ➔ $F_h=\langle 3|2|4\rangle$

6) Abstand der Lotfußpunkte

$d=|\overrightarrow{F_gF_h}|=\left|\begin{pmatrix}3\\2\\4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}\right|=\left|\begin{matrix}2\\1\\2\end{matrix}\right|=3$

Auch über Hesse´sche Normalenform lösbar
</td>
</tr>
</table>

Punkt zu Ebene		Lotfußpunktverfahren Aufgabe: Ermittle den Abstand d des Punktes P(4|4|5) von der Ebene E:x+y+2z=6 1.Lotgerade g aufstellen -Die Gerade soll senkrecht zur Ebene liegen, daher nehmen wir den Normalenvektor oder die Koeffizienten der Koordinatenform als Richtungsvektor -Da P auf der gerade liegen soll, nehmen wir den Ortsvektor als Stützvektor g:$\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 2.Schnittpunkt F von g und Ebene (4+r)+(4+r)+2(5+2r)=6 18+6r=6 r=-2 , F(2|2|1) 3.Abstand von Punkt und Schnittpunkt d=$\lvert\overrightarrow{PF}\rvert = \sqrt{(2-4)^2+(2-4)^2+(1-5)^2}$ d=$\sqrt{24} \approx$ 4,9 Hesse´sche Normalenform Aufgabe: Ermittle den Abstand d des Punktes P(4|4|5) von der Ebene E: $\left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}\right] \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$ 1.Hesse´sche Normalenform von E E: $\left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}\right] \begin{pmatrix} 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{6} \\ 2/\sqrt{6} \end{pmatrix} = 0$ 2. Abstand von P und E d= $\left\lvert \left[\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}\right] \begin{pmatrix} 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{6} \\ 2/\sqrt{6} \end{pmatrix} \right\rvert = \frac{12}{\sqrt{6}} \approx 4{,}9$

Gerade zu Ebene		Einen Punkt auf der Geraden bestimmen und den Abstand des Punktes zur Ebene berechnen. Klar Ebene du Gerade kann nur echt parallel sein, sonst kein Abstand. E: $4x - 4y + 2z = 1$ g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}$ 1. Lotgerade mit Stützvektor (oder anderer Punkt) der Geraden und Normalenvektor der Ebene als Richtungsvektor aufstellen 2. Lotfußpunkt ausrechnen 3. Abstand von Lotfußpunkt zum gewählten Punkt der Gerad berechnen Lösung : 8,5 LE
Ebene zu Ebene		Einen Punkt auf der 1.Ebene bestimmen und den Abstand des Punktes zur 2.Ebene berechnen. E: $-4x + 5y + z = 10$ E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ Lotgerade aufstellen Lotfußpunkt ausrechnen Abstand von zwei Punkten berechnen Lösung : 6,48 LE